

ヴァイオリンと黄金分割

“ヴァイオリンの寸法の秘密を解く”

坂井克則著

はじめに

昔から、ヴァイオリンの寸法には黄金分割によって作られる黄金比が使われていると言われてきました。

しかし、クレモナの巨匠たちが熟知していたと思われる総ての寸法を黄金比で説明できる過去の作図の考え方は、クレモナの巨匠たちの死後、残念ながら伝承されませんでした。例えば、ヴァイオリンの全長に黄金比の宝庫である正五角形を当て嵌めても、一部の寸法は黄金比の適用で説明できますが、総てを説明するには行き詰まってしまいます。この為、現代の弦楽器製作者だけでなくストラディヴァリ以降の製作者たちは、その寸法の持つ意味を知る事なく、過去の巨匠の楽器に寸法を合わせてきました。

この様な中で、私は総ての寸法を説明できる製図法を見つけ出したいと言う気持ちが高まり、弦楽器の製作中も各寸法の持つ意味を考える日々が続きました。

そんな日々、教会に行ったり宗教画、聖書の写本を見ているうちに、弦楽器にもこれらと同様な比率や手法、即ち内接する正十角形が使われているのではないかと思い始めました。

そして、この内接する正十角形に総ての寸法の秘密が隠されていると知った時、ヴァイオリンの寸法の素晴らしさに感嘆してしまいました。

この本は、300 年以上も忘れ去られた内接する正十角形による作図法を弦楽器製作者だけでなく、ヴァイオリンに興味のある総ての人々に知ってもらえればと思い、書き留めた物です。

2010 年 3 月

坂井 克則

以下のページは抜粋であり、本書と対応しておりません。

緑色の目次の項目が掲載してあります。

目次

1 章	黄金分割について	1
1-1	色々な比率	1
1-2	正十角形	3
2 章	弦楽器の胴長はどこから	7
2-1	腕尺からの胴長	7
2-2	チェロの胴長に生きる黄金比	15
3 章	弦楽器の横幅はどこから	19
3-1	三つの横幅	19
3-2	ギターの横幅にも生きる正十角形	27
4 章	f 孔の取り方	31
4-1	円孔に生きる正十角形	31
4-2	キリカキの位置	38
5 章	弦楽器の各部の長さ	41
5-1	バス バーにも正十角形が生きる	41
5-2	ふくらみに生きる f 孔	45
5-3	コーナー ブロックにも生きる黄金比	47
5-4	中央 C 部のくびれまでもが黄金比	61
5-5	頭部にも正十角形が生きる	65
5-6	弦長に生きる黄金分割	71
	クレモナ人の度量衡の単位	76
	五分割による横幅の長さ	78
	五分割による横幅の位置	79
	実務的な黄金比例コンパスによる横幅の求め方	80
	文献目録	84

2-2 チェロの胴長に生きる黄金比

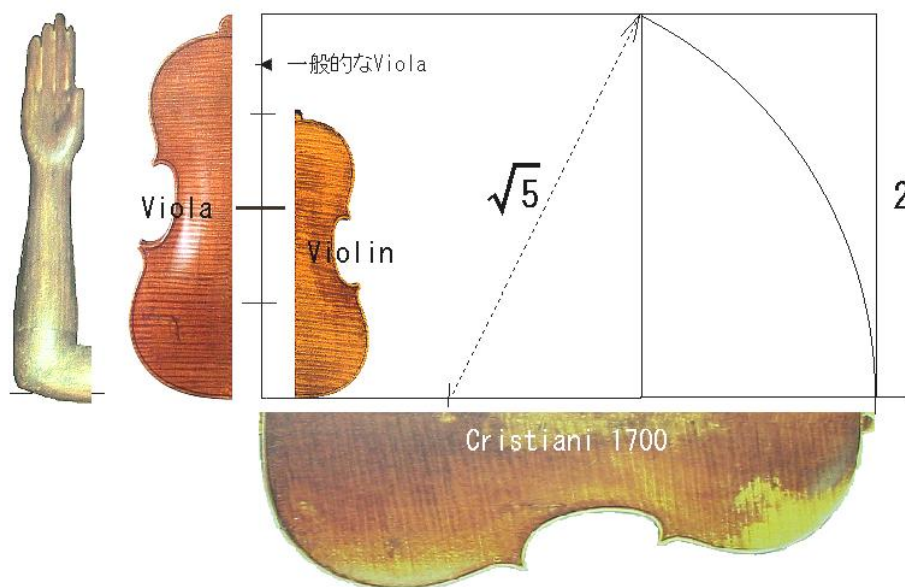
チェロの長さもヴァイオリンと同じく腕尺を使用している。

但しヴァイオリン、ヴィオラは一腕尺に1以下の分数（真分数）を掛ける事で胴長を求めたが、チェロの胴長は一腕尺に1以上の係数（仮分数）を掛ける事になる。

この係数が黄金比であり、1.618 を掛ける。 $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

即ち、チェロの胴長は、一腕尺×黄金比—ボタン^{注24}_{p17}である。

$$486 \times 1.618 - 14 \div 772\text{mm}$$



この長さは、現代のチェロの胴長と比べると大型となり、ストラディヴァリの Cristiani 1700（胴の長さ 772mm）などの一腕尺 486mm に固執していたと思われる 1700 年以前の作品にみられる。

しかし、1700 年以降におけるストラディヴァリのチェロの長さは、ニコラ・アマティの一腕尺 480mm の方が、よりバランスがよく、自然であると考えたのか、または顧客の要望か

$$480 \times 1.618 - 17 \div 759\text{mm} \quad (\text{但し、ボタンの長さは僅かに増える})$$

となり Gore-Booth 1710（胴の長さ 759mm）や Batta 1714（756mm）等に見られる。

本家のアマティは勿論、一腕尺 480mmを使っている。しかもボタンの長さをヴァイオリンと同様な正十角形の作図法より求めているので、ヴァイオリンにおける胴長に対してのボタンの長さと同じ比率である 0.026 になる。(係数 0.0264 は 35 頁を参照) 計算上のボタンの長さは、

ヴァイオリンのボタンの大きさから求めると $9.3 \times 4/3 \times 1.618 \div 20 \text{mm}$

または、チェロの胴長から求めると $480 \times 1.618 \times 0.026 \div 20 \text{mm}$ となる。

この為に、胴の長さは

$$480 \times 1.618 - 20 \div 756 \text{mm}$$

となり、少し小さめの 755mm 程度の胴長が現代チェロの標準寸法ともなる。

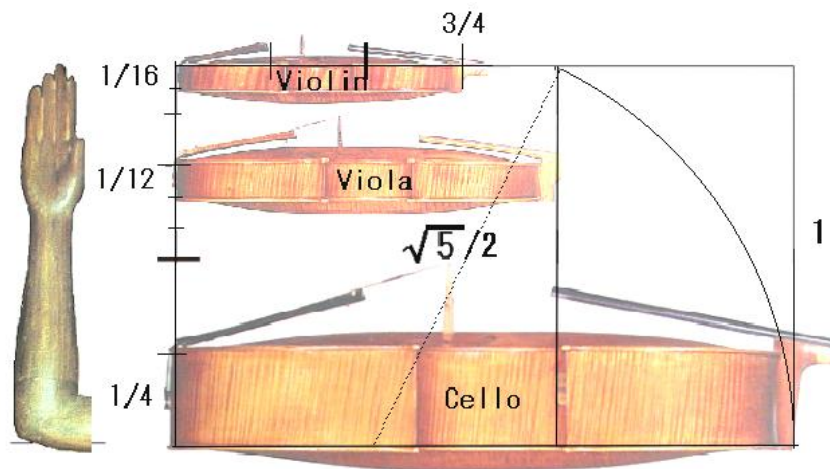
(但し、この 20 は胴長を求める時の値であり、アマティや 1700 年以前のストラディヴァリのチェロに見られる実際のボタンの長さは $20 \div \sqrt{2}$ で 14mm 前後が主である)

尚、横板の高さは、ヴァイオリンが一腕尺の $1/16$ 、ヴィオラは $1/12$ (1 ONC I A) であるが、チェロは一腕尺の $1/4$ で 121mm 前後となる。

ヴァイオリン $484 \times 1/16 \div 30.3 \text{mm}$ ($484 \times 3/4 \times 1/12 \div 30.3 \text{mm}$)

ヴィオラ $484 \times 1/12 \div 40.3 \text{mm}$

チェロ $484 \times 1/4 = 121 \text{mm}$



そして、この基本となる胴長に黄金比を掛ける事により、楽器の総ての寸法が導き出されている。

注 2-4

ストラディヴァリは、1690 年代の初め、チェロもヴァイオリンやヴィオラと同じく共鳴箱である胴の長さは、ボタンの長さを引かないで一腕尺から計算された長さにするべきであると考えていた。

この為に、MEDICI 1690（ボタンの長さを加えない胴の長さ 790mm、計算値は $486 \times 1.618 \div 786\text{mm}$ ）の様な特に大きなチェロもある。

また、これらの特大なチェロの一部は、残念な事に演奏家の一存によって、ズボンの裾上げの様に縮められて現代の標準寸法に変えられてしまっている。



アントニオ・ストラディヴァリ

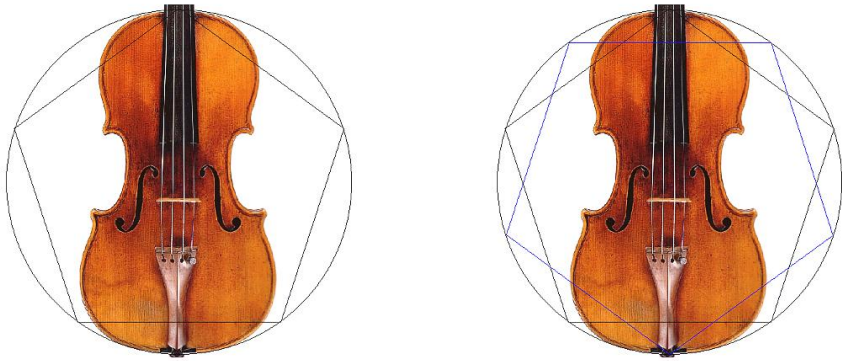
MEDICI 1690

3章 弦楽器の横幅はどこから

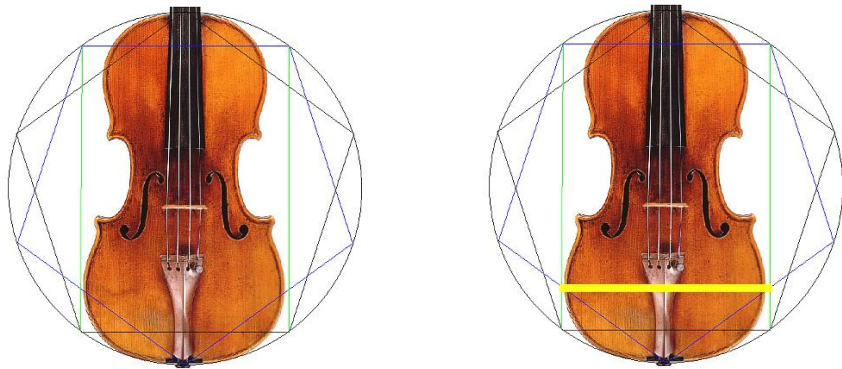
3-1 三つの横幅

ここでは、ストラディヴァリのヴァイオリン “Cremonese 1715” の写真から三つの横幅を求めてみる。

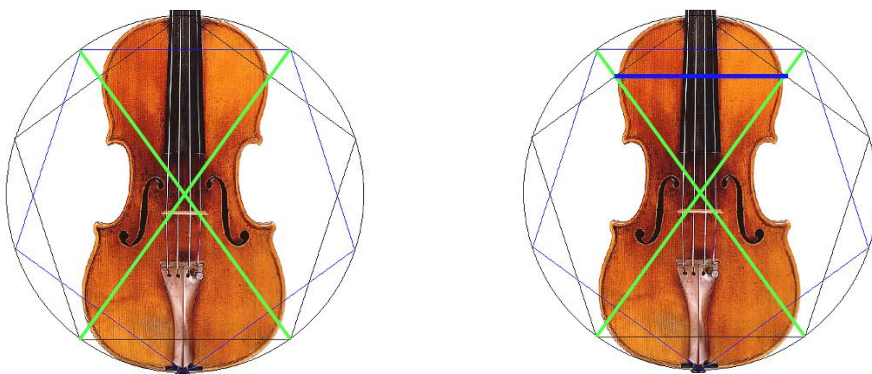
まず、下部の一番幅の広い所の長さを求める。胴の長さの円を描き、この中に内接する正五角形を上下に二つ描く（黒と青）、即ち上下に角を持つ正十角形となる。



次に二つの正五角形の底辺と上辺を結ぶ線（緑）を描く、ヴァイオリンの下部の最大横幅は正五角形の一辺で、位置は先の線と下向きの正五角形（青）との交点になる（黄）。



ヴァイオリンの上部の最大横幅^{注 3-1}_{p.25} は、先の二辺を結ぶ対角線（緑）を描き、上向きの正五角形（黒）との交点の位置となる（青）。

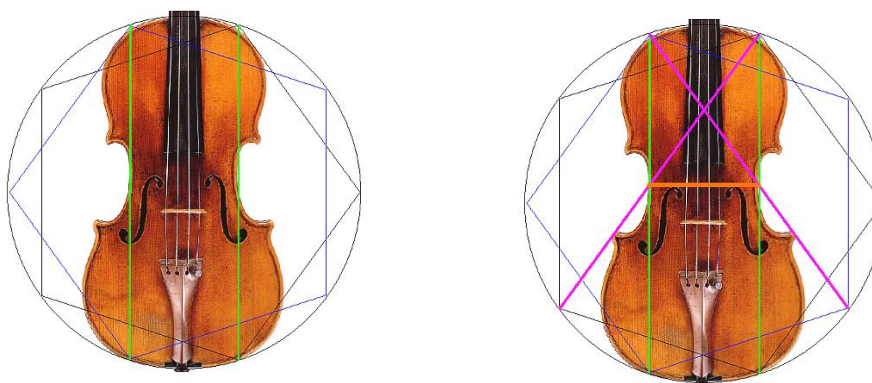


即ち、内接正五角形の一辺である下部の最大横幅に黄金比 1.618 を掛けた値となる正五角形の対角線の半分である。

ヴァイオリンの中央 C 部の最小横幅は、この図を 90 度回転した左右に角を持つ正十角形で考える。

正五角形の最大幅でもある正十角形の上下の辺を結ぶ対角線（緑）を描く。

中央 C 部の最小横幅は、半径に対して黄金比である正十角形の一辺であり、位置は先の最小横幅を示す線分（緑）と二つの正五角形の最大幅を示す対角線（紫）との交点になる（赤）。



そして、中央 C 部の最小横幅はネックの長さでもある。

直径を1とした時の、三つの横幅を数値で求めると、

下部の最大横幅は、 0.587 (黄) ^{注3-2}_{p25} 、

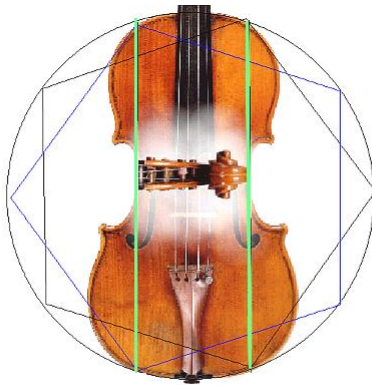
上部の最大横幅は、 0.475 (青) ^{注3-3}_{p25} 、

中央C部の最小横幅は、 0.309 となる。(赤)

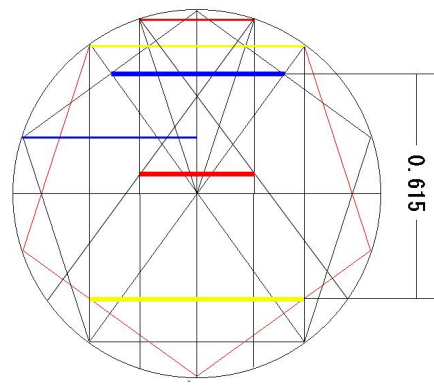
0.309 は、 $1/2 \div 1.618$ で半径0.5に対して黄金比。(半径:0.618)

また、素晴らしい事に下部の最大横幅(黄)の位置から上部の最大横幅(青)の位置までの長さは、胴長に対して近似値(0.615)で黄金比となる。^{注3-4}_{p25}

上部の最大横幅0.475(青)は、内接正五角形の対角線(0.587×1.618)の半分であるから、下部の最大横幅0.587(黄)と黄金比の関係にある。 $(0.587 \times 1.618 \div 2)$ 即ち、基数による黄金比は約5:8であるから下部と上部の横幅の比は約5:4となる。



中央C部の最小横幅と同じネックの長さ



三つの横幅の関係

では、この正十角形の作図をもう少し進めて行こう。

各対角線を描き、これらの交点を円周とする小円(黄)を描く。(次ページの上図左) 作図法を述べたほとんどの本では、下のコーナー間の幅は手法を明かす事なく単に胴長の1/2にとるとある。これは実寸に合せたので確かに数値的には合っている。

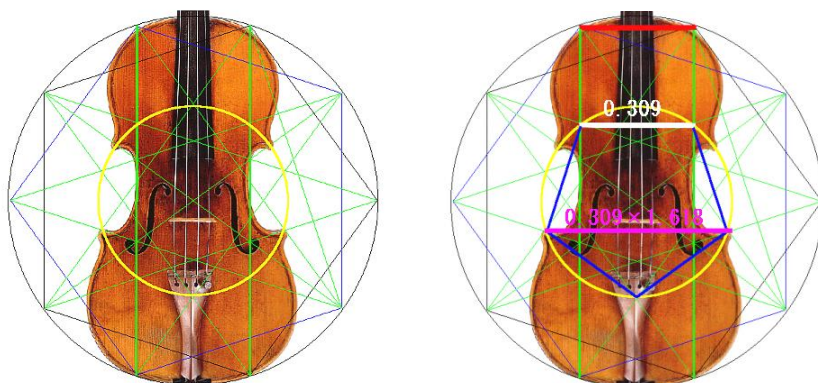
しかし、真の作図法においての下のコナー間の幅は、正十角形の一辺(赤)の長さを正五角形の一辺(白)とする小円に内接した正五角形の最大幅(紫)である。

即ち、中央C部の最小横幅である正十角形の一辺に対する黄金比の長さである。

1 (胴長) $\times$ 0.309 (正十角形の一辺) $\times$ 1.618 (黄金比)

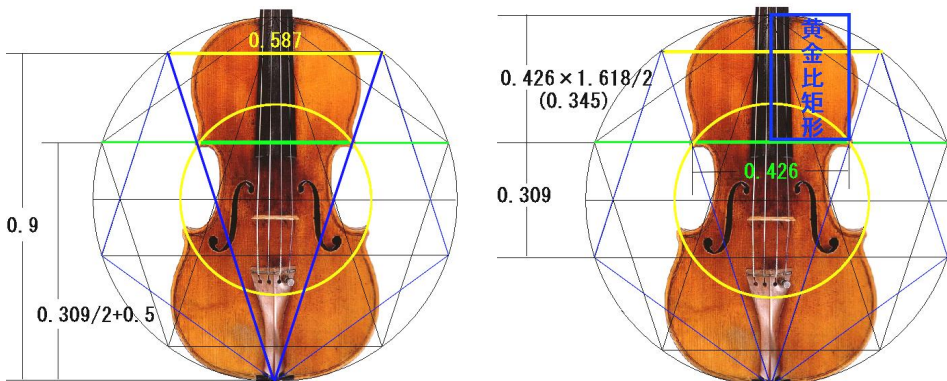
$= 0.4999$ (胴長の半分となる)

文では難解な表記となるが、下図を見れば良く解ると思う。



1章の4頁を参考に説明すると、胴長に内接する正十角形の一辺（赤）と半径は黄金比であり、中の小円（黄）に内接する正五角形の一辺（白）は、この正五角形の最大幅（紫）と黄金比であるから、正五角形の最大幅（紫）である下のコーナー間は半径と等しい。即ち、下のコーナー間0.5は、中央C部の最小横幅0.309と黄金比で対偶する。正十角形の作図法の中には、1/2は1/2でも素晴らしい意匠がある。

また、上のコーナー間の幅は、胴長に内接する正五角形（黒）の最大幅である線分（緑）と中の小円（黄）との交点の長さである。値は正五角形の一辺を基に0.9（正五角形の高さ）： $0.309/2+0.5$ の相似逆三角形から、0.426と求められる。（下図左）（0.9の求め方は71頁の図左、及び三平方の定理を使った78頁のDを参照）そして、この幅の上からの位置0.345は、0.426（上のコーナー間の幅）の半分×1.618と言う素晴らしい関係にある。即ち、上のコーナー間の半分は最上部と黄金比矩形を作る。



上のコーナー間の幅：0.587（正五角形の一辺）= $0.309/2+0.5$ ：0.9（正五角形の高さ）
 0.426/2（上のコーナー間の半分）：0.345（上からの位置）=1：1.618

では、三つの横幅をニコラ・アマティ L'Hammerle 1658 とストラディヴァリの Toscan 1690 の実寸で確認してみよう。

まず本体の長さに対する下部最大幅であるが、これは胴長を直径とする‘円に内接する正五角形の一辺’であるとする

全長 × 約 0.587 である。(単位はmm)

楽器	胴長	計算値	実測値	誤差 (減り)
N. AMAT I (1658)	353.0	207.2	206.0	1.2
A. STRAD I (1690)	354.5	208.1	207.5	0.6

本体の長さに対する中央C部最小幅であるが、これは胴長を直径とする‘円に内接する正十角形の一辺’であるとする

全長 × 約 0.309 である。

楽器	胴長	計算値	実測値	誤差 (減り)
N. AMAT I (1658)	353.0	109.0	107.0	2.0
A. STRAD I (1690)	354.5	109.3	108.0	1.3

本体の長さに対する上部最大幅であるが、これは胴長を直径とする‘円に内接する正五角形の各底辺の対角線と正五角形の交点間の長さ’であるとする

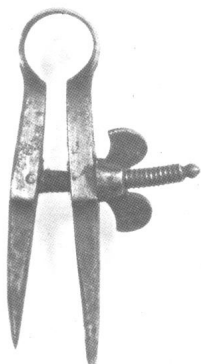
全長 × 約 0.475 である。

楽器	胴長	計算値	実測値	誤差 (減り)
N. AMAT I (1658)	353.0	167.7	167.0	0.7
A. STRAD I (1690)	354.5	168.4	167.5	0.9

(数値は、I VIOLINI del PALAZZO COMUNALE -COMUNE DI CREMONA- より)

また、これらの計算値と実測値の誤差について留意する事は、過去の巨匠たちは完全な作図からこれらの値を求めたのではなく、コンパスや比例コンパスを使用して求めていったので、一つの誤差が連鎖している場合があると言う事である。

(比例コンパスによる作図法は 80 頁の実務的な黄金比例コンパスによる横幅の求め方を参照)



ストラディヴァリが使用した
小型のコンパス



レオナルド・ダ・ビンチの描いた
比例コンパスの図

そして、このコンパスや比例コンパスを使うと言う習慣は、現代の製作者のように数値表を使って何処何処が何mmであると言うような考え方やこだわりから遠く離れたものであり、全長に対して総ての値が黄金比で結びついていると言う考え方を明確にするものであった。

例えば、現代の製作者は、全長に関係なく横板の高さはヴァイオリンで 30.5mm と言う数値表的な値に懲り固まっているが、ストラディヴァリは、数値としてではなく各内枠ごとにコンパスの円弧で印す事で、非常に正確で各内枠の長さに対応した値が簡単に取れたのである。



横板の高さを円弧で描いたストラディヴァリの内枠

小さい円弧はネックが付く上部の横板の高さ、大きい円弧はエンドピンが付く下部の横板の高さを数値ではなく実寸で示している。

注 3-1

ヴィオラ、チェロの上部最大幅は 0.455 である。求め方は 69 頁を参照。

注 3-2

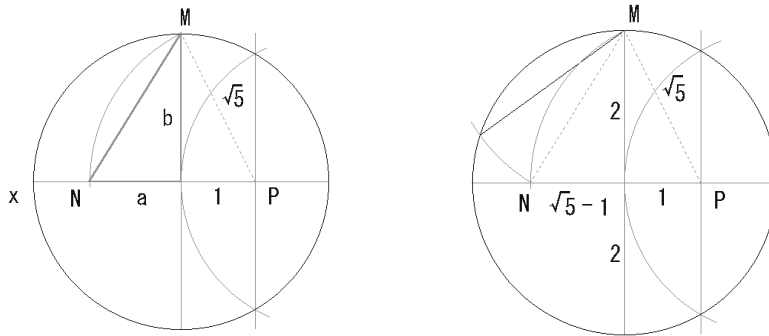
正五角形の一辺を考えてみる。

直径を 4 とする円を書き、半径の半分の点 P から点 M までの長さ ($\sqrt{5}$) を x 軸上に取り点 N とする。線分 $PN = \sqrt{5}$ 。点 M から点 N までの長さが一辺である。

点 M から点 N までの長さを円上に取り。

$$MN = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (a = \sqrt{5} - 1 \text{ で正十角形の一辺, } b = 2)$$

$$\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2 + 2^2} = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}} \approx 2.3511 \quad \text{直径が 4 であるから } 2.3511 \div 4 = 0.5877$$



注 3-3

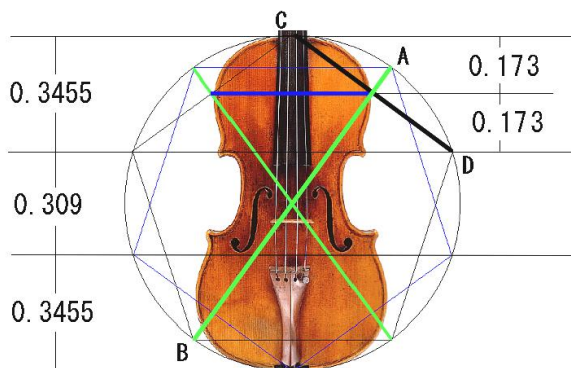
上部の最大横幅の 0.475 は、内接正五角形の対角線 0.95 の半分より。

注 3-4

上部の最大横幅と下部の最大横幅の縦位置を求めてみる。

$$\text{上部の最大横幅の縦位置は } 1 - 0.309 = 0.691 \quad 0.691 \div 2 = 0.3455$$

$$0.3455 \div 2 \approx 0.172$$



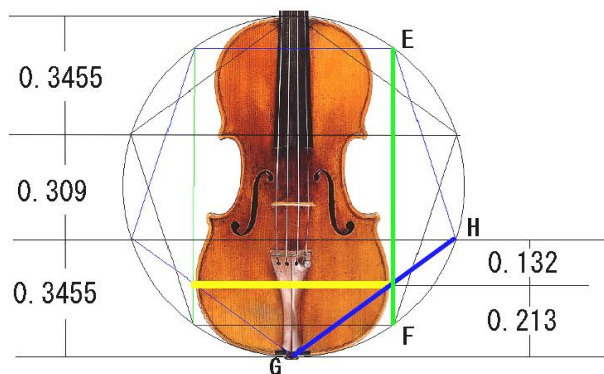
即ち、線分 AB は正五角形の一辺 CD を垂直に二等分する。

この事により、青線の縦位置は 0.3455 を 0.173 で二等分する。また 0.309 ($0.618 \div 2$) は正十角形の一辺、及び中央 C 部最小幅。

下部の最大横幅の縦位置は $1 - 0.309 = 0.691$

$$0.691 \div 2 = 0.3455$$

$$0.3455 \times 0.618 \div 0.213$$



即ち、線分 EF は正五角形の一辺 GH を黄金分割する。

この事により、黄線の縦位置は 0.3455 を 0.132 : 0.213 で黄金分割する。

よって、上部の最大横幅の位置から下部の最大横幅位置の長さは、

$$1 - (0.172 + 0.213) = 0.615$$

縦位置も素晴らしい黄金比の関係が見られる。



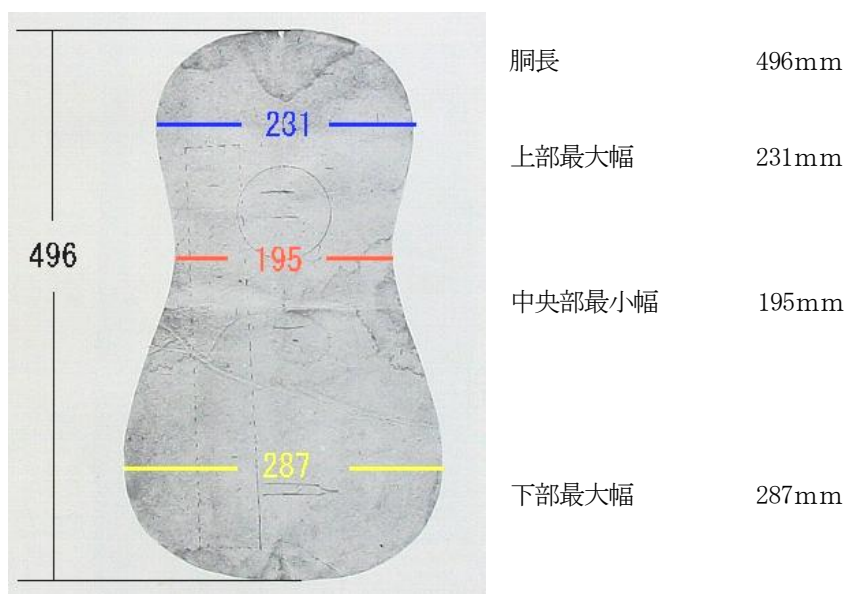
アントニオ・ストラディヴァリの石像 (クレモナ ストラディヴァリ博物館)

3-2 ギターの横幅にも生きる正十角形

イタリアでは、弦楽器製作者を LIUTAIO（リュータイオ）と呼ぶ。今のリュータイオは主にヴァイオリン、ヴィオラ、チェロを作り、リュータイオ＝ヴァイオリンメーカーの観があるが、本来のリュータイオの意味は主に撥弦楽器であるリュート属製作者である。

ストラディヴァリは本来のリュータイオでギターもよく作っている。そして、彼は撥弦楽器の横幅だけでなくギターにも、私の考える正十角形を生かしている。

では、クレモナのストラディヴァリ博物館に現存するカタログ No. 374 のギターの図面で正十角形を見てみたい。



カタログ No. 374 のギターの図面

まず、この図面は内枠の寸法であったと考えて、上下の横板の厚さ 4mm を足す。

$$496 + 4 = 500$$

下部最大幅は、この長さにヴァイオリンと同じく正五角形の一辺の値 0.587 を掛ける。

胴長を 1 とすると下部最大幅は 0.587

$$500 \times 0.587 = 293.5$$

この長さから左右の横板の厚さ 4mm を引く。

$$293.5 - 4 = 289.5 \quad (\text{図面の値 } 287 \quad \text{誤差} + 2.5)$$

図面の値と比べて左右で、1mm 強の違いがあるが、紙の収縮や、製図の誤差と言える。

上部最大幅も、この長さにヴァイオリンと同じく 0.475 を掛ける。

胴長を 1 とすると上部最大幅は 0.475

$$500 \times 0.475 = 237.5$$

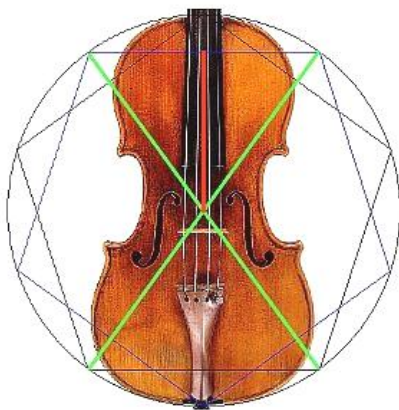
この長さから左右の横板の厚さ 4mm を引く。

$$237.5 - 4 = 233.5 \quad (\text{図面の値 } 231 \quad \text{誤差} + 2.5)$$

中央部最小幅は、下図の赤線の値 0.404 を掛ける。

(ヴァイオリンの中央部最小幅は正十角形の一辺で 0.309 であるが、ギターは胴長を黄金比矩形の短辺 1 とした時の長辺の値である 1.618 の 1/4 で取る)

$$1.618 \div 4 = 0.4045$$



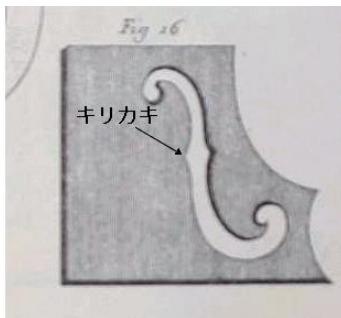
胴長を 1 とするとギターの中央部最小幅は、赤線の値であり 0.404。

赤線の値 0.404 は半径の 1/2 と黄金比をなす。

$$0.4045 : 0.25 = 1.618 : 1$$

4章 f 孔の取り方

4-1 円孔に生きる正十角形

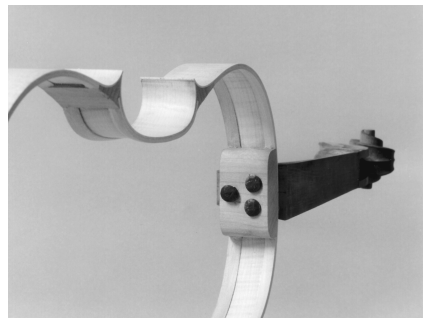


現代のヴァイオリン製作法では、f 孔の形をした型紙（左は 19 世紀の型紙の図）を表板の中心線と上端から 195mmの水平な基準線にキリカキを合わせて f 孔を切っている。しかし、クレモナの黄金期の巨匠たちは、上下の円孔を開けてから切っている。何故ならば、現代は音響箱に仕上げてからネックを

中心線に合わせて微調整しながら切ったホゾ穴に嵌め込むが、この時代は裏板や表板の貼っていない横板にネックを直に釘で打ち付けたので、中心線が僅かながらも左または右に振れてしまう。

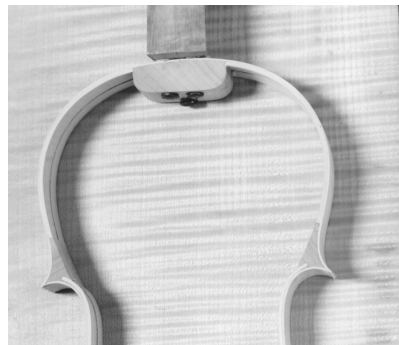
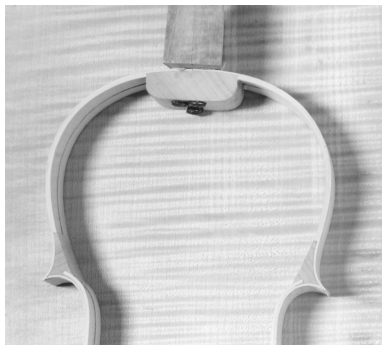


ネックを嵌め込むホゾ穴



横板に釘で付けられたネック

この為に、釘で打ち付けた事で生じる中心線の狂いを、裏板の上で上下のブロック材に刺した小さな釘を回転軸にして、横板を歪ます事で修正した。^{注4-1}
p37

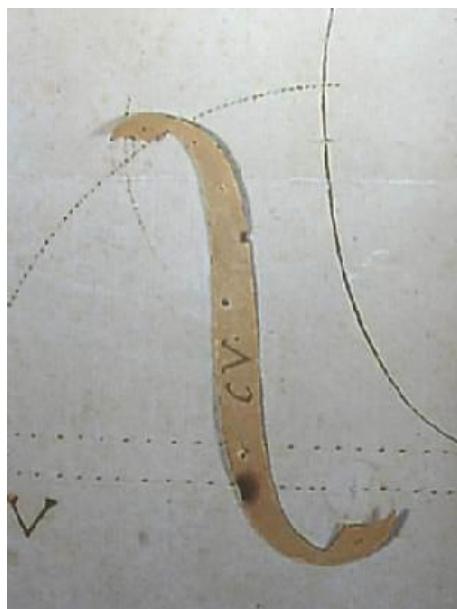


表板と裏板の形はこの歪んだ横板より模られた。この様な製作法からの表板には、中心線ではなく歪んだ中央 C 部の外側のラインに合わせて f 孔を切る必要がある。この事を可能にするのは、中心線に合わせた型紙ではなく外側のラインに基づいて最初に上下の円孔を開ける事である。

そして、最初に開けた上下の円孔を繋げる様に細い笹の葉（下図右）の様な型紙を当ててデザインする事で f 孔を切っている。



外側のラインに基づいて
表板の内面に描かれた上下の円孔



ストラディヴァリの f 孔の型紙
中心線ではなく上下の円孔に合わせて使う

では、この f 孔の基準となる上下の円孔の位置について考えてみる。

下の円孔が f 孔の基準であり、上端からの長さは中央 C 部の最小横幅の二倍である。即ち、半径に対して黄金比である正十角形の一辺の二倍であるから、胴長に対して黄金比となる。 楽器の胴長を 1 とすると、下の円孔の上端からの長さは、

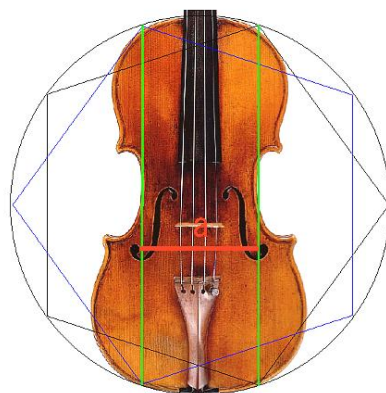
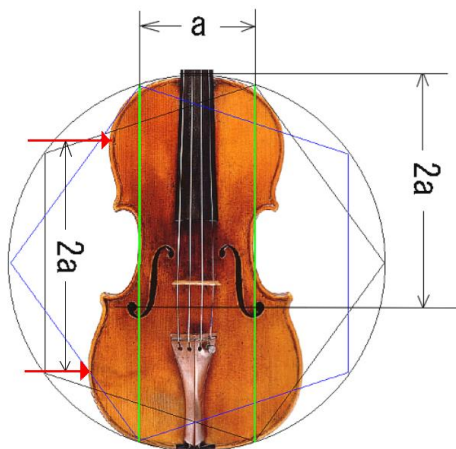
$1 \times 0.309 \times 2 = 0.618$ となる。またこの位置は胴長を上下に黄金分割する。

尚、素晴らしい事に上下の最大横幅の間隔も同じ値である。(21 頁を参照)

下の円孔の間隔は、中央 C 部の最小横幅、即ち半径に対して黄金比である正十角形の一辺となる。

楽器の胴長を 1 とすると、下の円孔の間隔は、

上端からの長さの半分の $1 \times 0.309 = 0.309$ となる。(a)

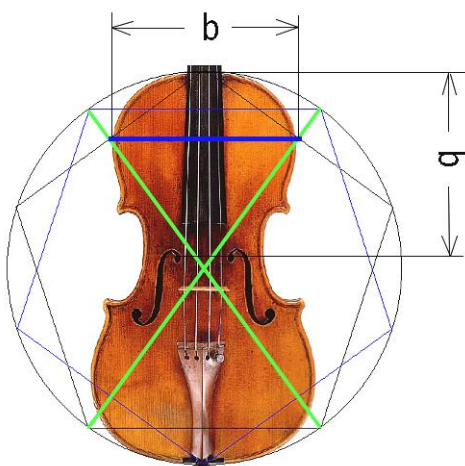


下の円孔の縦位置 (上下の最大横幅の間隔も $2a$!)

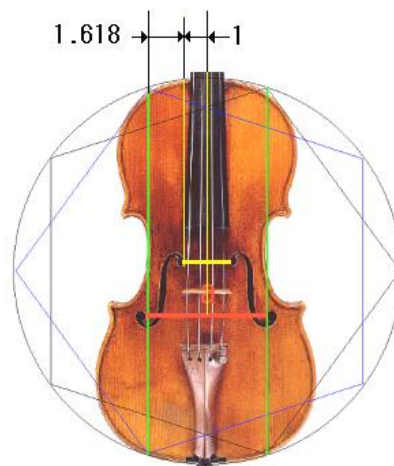
下の円孔の間隔

上の円孔の上端からの長さは、上部の最大横幅と同じ長さである。(b)

楽器の胴長を 1 とすると、上の円孔の上端からの長さは、 0.475 となる。



上の円孔の縦位置

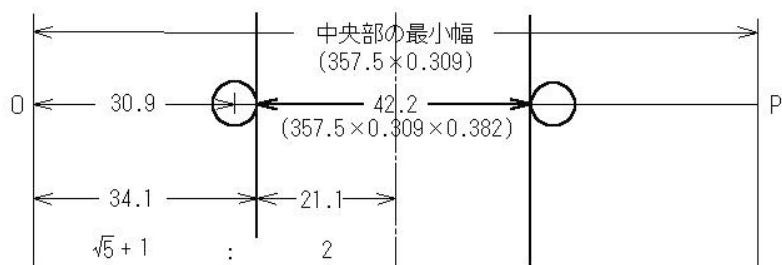


上の円孔の間隔

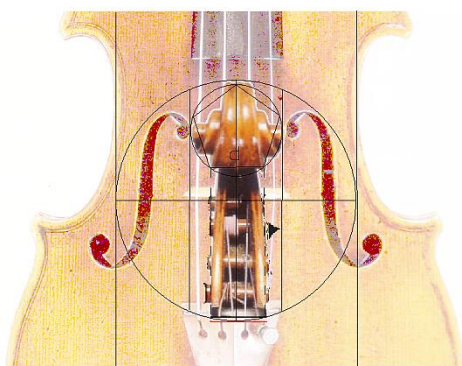
上の円孔の間隔は、中央 C 部の最小横幅の半分を黄金比で別ける位置である。

即ち、中央 C 部の最小横幅である正十角形の一辺 $\times$ 黄金比の二乗 0.382 となる。

楽器の胴長を 1 とすると、上の円孔の間隔は、 $0.309 \times 0.382 = 0.118$ となる。



上図は胴長をストラディヴァリの“Cremonese 1715”の 357.5mm とした時の値

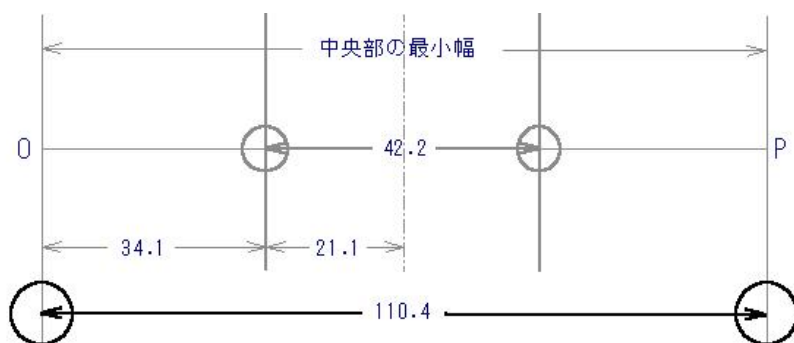


そして、この間隔は、頭部の渦巻きや指板の横幅でもある。

(左の図は前の中央C部の最小横幅が頭部の長さである事も示す)

尚、この間隔の係数 0.382 は $1 - 0.618$ でも表わせる。

(2 頁の 0.382 矩形を参照)



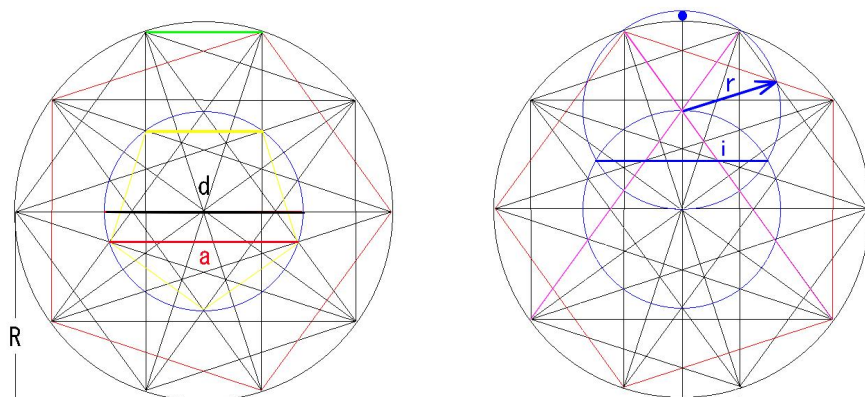
また、主にアマティー族に見られるのであるが下の円孔の中心を中央 C 部の最小横幅の線上に取った場合は、上の円孔の中心も先の黄金比で分ける線上に取る。この様な取り方により、上の円孔間 (42.2) または中心点間 (42.2) の距離と、下の円孔間 (110.4) または中心点間 (110.4) の距離との比は、黄金比の二乗、即ち $1 : 2.618$ ($0.382 : 1$) となる。

ところで、下の円孔の位置が基本となって f 孔が求められているとすると、この円孔の直径はどのようにして求められているのかと言う疑問がわく。

下の円孔の直径も胴長に内接する正十角形から簡単に求められる。

22 頁で描いた様に、胴長に内接する正十角形から各対角線を描き、これらの交点を円周とする内小円（青）を描く。（下図左）

次に、この内小円と中心線の交点から、同じ径の小円をもう一つ上に描く。（下図右）



上に描いた同じ径の小円の中心は、中央C部最小幅を求めた時の二つ正五角形の最大幅を示す対角線（紫）の交点でもある。（20 頁の図右下を参照） また、二つの小円の交点を結ぶ線分 i はヴィオラやチェロの上部最大幅を示す（係数は 0.455）。

下の円孔の直径は、上に描いた小円の飛び出した長さ（青い小丸）である。

では、小円の飛び出した長さを直径 1 の円を使って数値で求めると、

上図左の内小円に内接する小さな正五角形（黄）は、胴長に内接する正五角形と 0.587 : 0.309 という比率となる。

何故ならば、胴長に内接する正十角形の1辺 0.309（緑）は、この内小円に内接する小さな正五角形の1辺 0.309（黄）であるから $1 : 0.587 = \text{小円の直径} : 0.309$

小円の直径 $= 0.309 \div 0.587 = 0.5264$ （外項の積は内項の積に等しいことから）

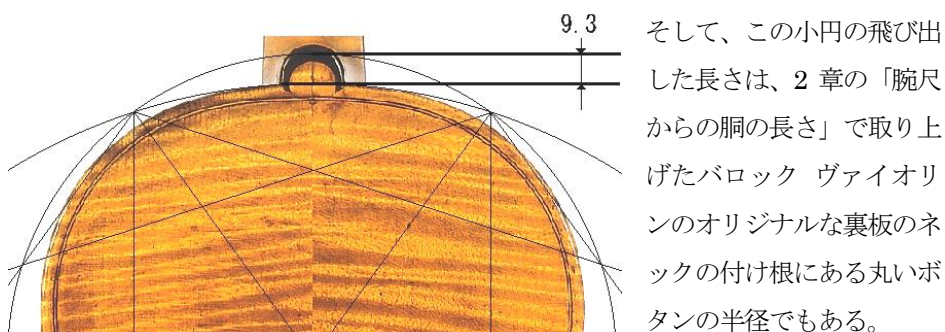
よって、小円の直径は 0.5264 であり、この円の半径は 0.5 であるから 0.0264 となる。

即ち、正十角形の 1 辺 $0.309 \div \text{正五角形の 1 辺 } 0.587 - \text{半径 } 0.5 = 0.0264$ である。

胴長 355mm のヴァイオリンでは、 $355 \times 0.0264 = 9.37\text{mm}$ となる。

また、この円の半径 0.5 は内小円に内接する正五角形の対角線と等しいことから、この長さは内小円の直径から内小円に内接する正五角形の対角線を引いた値でもある。

即ち、上図左の、 $d - a$ である $\therefore R = a - 0.5264 - (0.309 \times 1.618) = 0.0264$



また、横板の高さは 16 頁で胴長の 1/12 として求めているが、ヴァイオリン、ヴィオラはこの丸いボタンの直径（半径は下の円孔）に黄金比（1.618）を掛けた長さでもある。

横板の係数は（正十角形の 1 辺 ÷ 正五角形の 1 辺 - 半径） × 2 × 1.618 = 0.0854

355 mm のヴァイオリンで 9.37（下の円孔） × 2 × 1.618 = 30.3（横板の高さ）

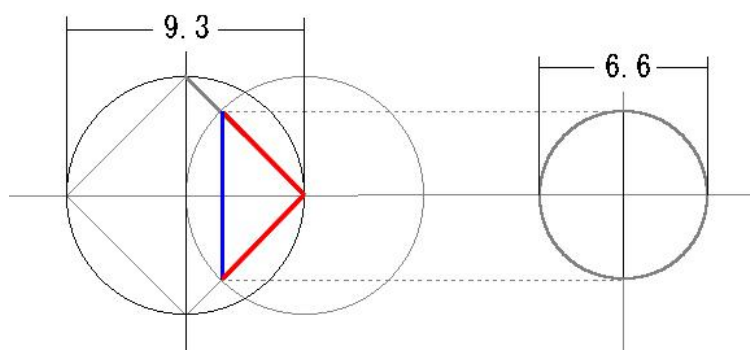
即ち、横板の高さも胴長との素晴らしい黄金比の中で求められていると言える。

上の円孔の直径は、下の円孔の直径を黄金比（1.618）、または調和の門（1.414）で割った長さとなる。

$$9.37 \div 1.618 = 5.8 \text{ mm}$$

$$9.37 \div 1.414 = 6.6 \text{ mm}$$

ニコラ・アマティ、ストラディヴァリは主に調和の門（1.414）で採る。



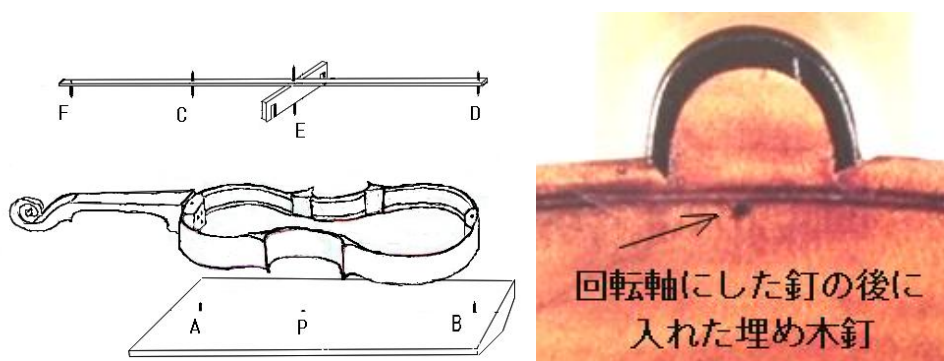
この値も作図で簡単に求められる。

直径 9.3 の円の半径（赤）を 1 とすると、青線は $\sqrt{2}$ である

$$\sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} \quad (\text{ピタゴラスの三平方の定理})$$

注 4-1

裏板の下（外側）から刺した回転軸とする釘A, Bをブロック材に刺して裏板の上に横板を軽く固定する。棹を左右に振って中心を出す作業をより安定させる為に、中央C部の最も幅の狭い位置に釘穴Pを開ける。十字形の中心を出す為の道具の釘Eを釘穴Pに、釘C, Dをブロック材に刺す。中心を出す作業として棹を左右に振って釘Fを糸倉の中心に刺す。この為に釘Fの痕がペグボックスの中に見られる事がある。釘A, Bを抜いた後に挿された埋め木釘は、必ず裏板に見られる。また釘穴Pは深さにより上下の釘穴A, Bの他に第三の釘穴として裏板の内側に見られる事がある。



そして、この中心を合せる作業で左右に歪んだ横板から模られた表板には、より中央C部の輪郭に合ったf孔の取り方、即ち中央C部の外郭からの距離で初めに上下2つ穴を開けてから、この孔を繋げるようにしてf孔をデザインすることが必要となる。この歪みのなかでは、現代の製作者のようにf孔を中心線から左右対称に取ると本体の曲線と調和しない位置関係になってしまう、本体中央部の右側の傾斜が左側より緩やかならば、f孔の傾斜も外形に合わせて緩やかでなくてはならない。

完璧な線対称な物は、荘厳で崇高ではあるが冷たさを感じさせ、調和を持った非対称な物は暖かさや安らぎを感じさせる。（人間の顔とおなじように！ 他人の顔の輪郭や目が非対称だからと言って不自然さを感じるだろうか、自分の顔写真の半分に鏡を当てて見て、その像に人間らしさを感じるだろうか）

これが 350 年以上前の著名な製作者の楽器が、私たちを引き付ける理由のひとつである。

4.2 キリカキの位置

現代のヴァイオリン製作法では、f 孔の内側のキリカキを上端から 195mm に採る事が駒の立つ位置、即ち弦長を表す位置として最も大切な基準値となっている。

そして、現代の弦楽器製作者たちは、このキリカキの位置が楽器の設計上で最も重要であるかのように思い込んでしまっている。

しかし、クレモナの黄金期の巨匠たちは、上下の円孔の位置が肝要であり、上下の円孔の位置が基になってキリカキが存在しているだけであると思っていた。

では、ヴァイオリンのキリカキの位置を計算してみよう。

胴長を 355mm とすると

$355 \times (0.618 + 0.475) \div 2 + 1 = 195$ (胴長を 1 とした時の上端からの値は、約 0.55)

もっと解り易く書いてみると

$355 \times 0.618 = 219$ 下の円孔の上端からの位置

$355 \times 0.475 = 169$ 上の円孔の上端からの位置

$(219 + 169) \div 2 = 194.$ 下の円孔と上の円孔の中間点

$194 + 1 = 195$ 内側のキリカキは中間点より約 1mm 下がる

上の式を見たならば、全長に関係なくキリカキ（駒の位置）は、ヴァイオリン製作上の重要な基準値として、上端から絶対的に 195mm であるとか、弦長や駒の位置が基準

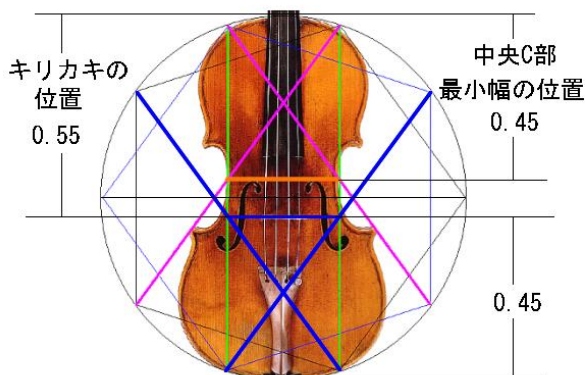
となって f 孔の位置が決まっていると思う人はいないであろう。

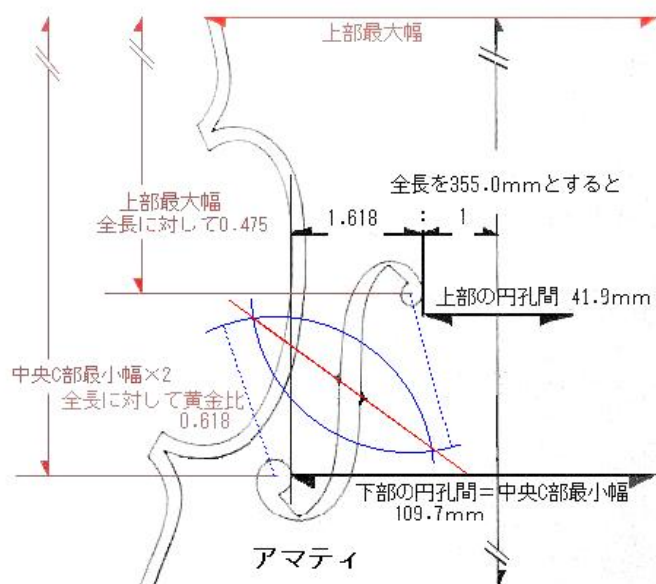
そして素晴らしい事にキリカキの位置は中央C部最小幅の位置を上下反転させた関係に自動的に来るのである！（79 頁の c を参照）

ここで、巨匠たちのキリカキの求め方を見てみよう。

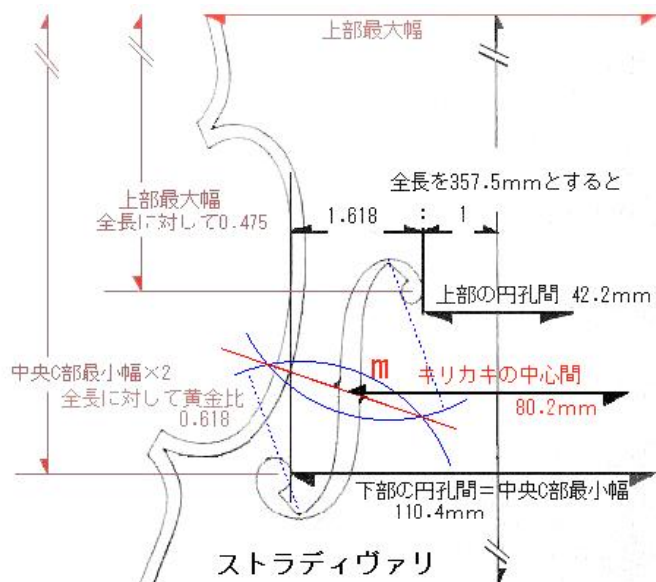
アマティー族は、主にキリカキを

上下の円孔の中心より等しい円弧を描きその交点を結ぶ線分より求めている。





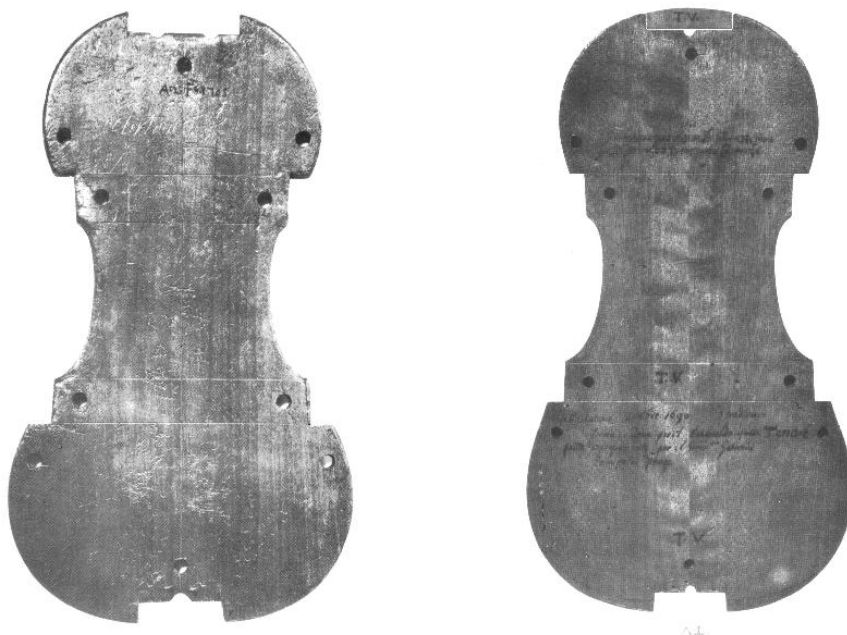
初期のアントニオ・ストラディヴァリの楽器は、キリカキを上下の円孔の中心より求めている為にアマティと言われるが、中期以降、独自な方法としてキリカキをf孔の上下の最上点と最下点より求めている。



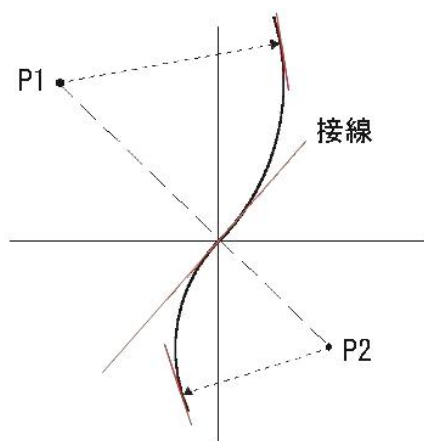
この為に、外側のキリカキが多く下り、内側のキリカキはアマティとほとんど同位置でありながら、左右のキリカキ傾斜が緩くなる。また、キリカキの中心mの間隔は下部最大幅 0.587×0.382 という素晴らしい比率となる。(4頁の図左上、mを参照)

5-3 コーナー ブロックにも生きる黄金比

ストラディヴァリのヴァイオリン製作の基礎となる内枠を良く見ると、現代の製作者が最も重要とする中心線は、それほどはっきりと描かれていないのに、左右四個のコーナー ブロックの位置を示す水平の線が非常に目に付く。これは、彼がコーナー ブロックの位置を非常に重要視したからである。



クレモナのストラディヴァリ博物館に現存する内枠



そこで、この事を解く為にまずカーブについて考えてみる。

S 字曲線は、カーブが左右で入れ替わる点が1つある。即ち2つの円弧の中心が左右で入れ替わる点であり、右カーブから左カーブに切り替わる点である。

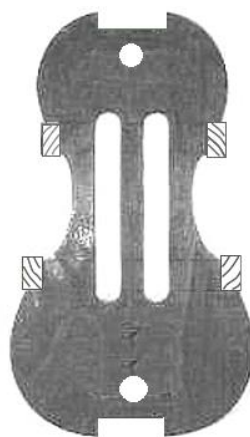
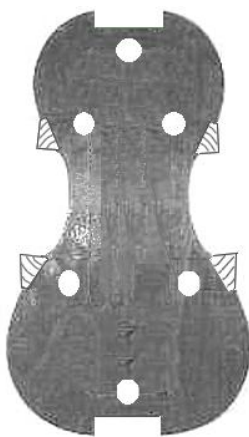
少し幾何学的に言うと接線が左右で入れ替わる点と言える。



ヴァイオリンの本体は
4個のS字曲線を持つ。

← ここから凸のカーブが、凹みのカーブへと切り替わる。

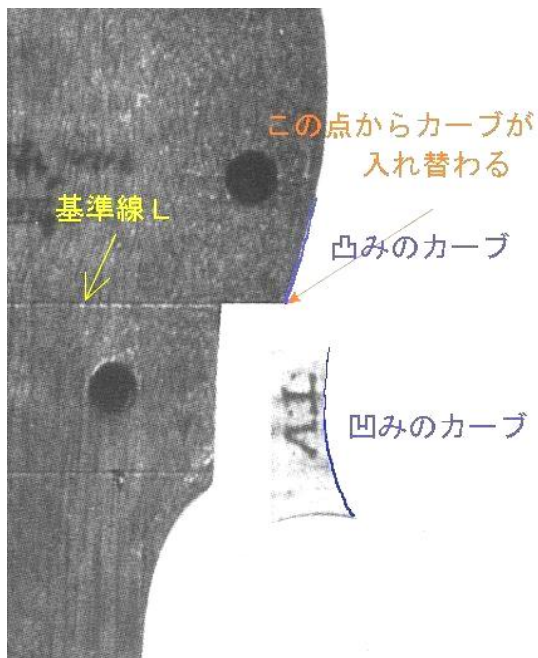
世界の4大製作者コンクール（アメリカヴァイオリン協会主催のコンクール、パリのコンクール、ドイツミッテンバルドのコンクール、そしてクレモナのコンクール）の優勝者の楽器を見ても、この切り替え点を意識して製作しているとは思えない楽器が沢山ある。即ち、曲線がだらだらしていて何処に切り替え点があるかはっきりしない楽器や、左右で切り替え点の位置が違う楽器と言う事である。



ドイツ式内枠や、フランス式外枠は、主に三角形のコーナーブロック材を付けるのであるが、ストラディヴァリの内枠は、先のコーナーブロックの位置を示す水平線に四角形のコーナーブロック材を付けて使っている。この四角形のコーナーブロック材が素晴らしい意味を持つ。

三角形のコーナーブロック材を使う製作法では、形状に無駄がなく合理的に思えるが、水平な基準線を使用しないので高さを意識する事が困難である。しかし、この四角形のコーナーブロック材を使う製作法は、水平な基準線が意図した切り替え点を作り、コーナーブロック材の高さが楽器のデザインの重要な要素となる。

コーナーブロックは、単なる構造的補強材ではなく、外形のラインを作り出す土台なのである。



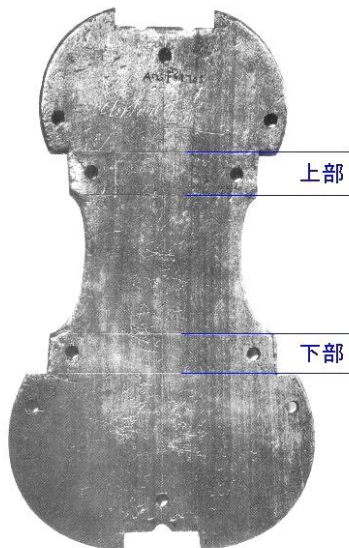
ストラディヴァリの内枠
P1705 とコーナー ブロック
材を木取る為の型板。

コーナー ブロック材の位置か
らカーブが入れ替わる。

ストラディヴァリの楽器は、外
形を見ると、コーナー ブロック
材の位置や大きさまで見えるの
である。

そして、この切り替え点の位置
がパフリング（フチに入る黒い
二本線の象嵌）や外形のカーブ
に反映する。

即ち、基準線Lの位置は非常に重要な意味を持つ。この線は単なる左右のコーナー
ブロックの高さを示す線と捉えるのではなく、黄金比による作図法より求められた切
り替え点を示す線であり、この線に合わせて意図したコーナー ブロックの高さが取ら
れていると考えられる。



また、コーナー ブロック材の高さを意識して
ストラディヴァリの内枠を良く見ると、上部の
コーナー ブロック材の方が下部より長く取っ
てある。

ストラディヴァリの内枠 PG1689 。

上部のコーナー ブロック材の方が下部より長
い。



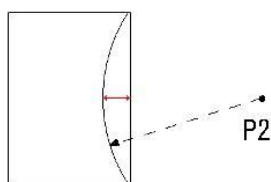
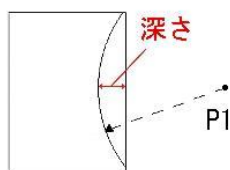
ストラディヴァリの内枠G。

“Cremonese 1715”はこの型による。

これも上部のコーナー ブロック材の方が下部より長い。

クレモナで活躍する現代製作者のストラディヴァリ型と銘打つ内枠でも、多くが上部のコーナー ブロック材の方が下部より短い、同等に取ってある。これはヴァイオリンを駒の位置から上部と下部の二つに別けた時、上部の面積が下部より小さいからコーナー ブロック材もその外形に合わせた方が良いと言う常識的単純な考えからだと思われる。

では何故、ストラディヴァリの内枠はコーナー ブロック材の高さを反対にとってあるのか？



コーナー ブロック材の長さは、カーブの食い込みの深さを同じにとると円弧の半径と比例する。

長いコーナー ブロック材は、より緩やかな円弧となる。

即ち、深さを等しく取ると、コーナー ブロック材の長さで円弧のカーブが変化する。

これは、高さの等しい弧の半径と弦は比例するという事である。

ではここで、ヴァイオリンの外形におけるカーブの構成（相対、対立関係）を比較してみる。

ここでの相対、対立関係とは楽器を駒の位置から上下に分けた時に、あい対する二つの部分が相似であると仮定してのカーブの対比である。

勿論ヴァイオリンにおいて、1つのカーブは単純な1つの円弧から構成されているわけではないのであるが、ここでは構成要素としての連続した円弧による曲線として捉えて話しを進める事になる。

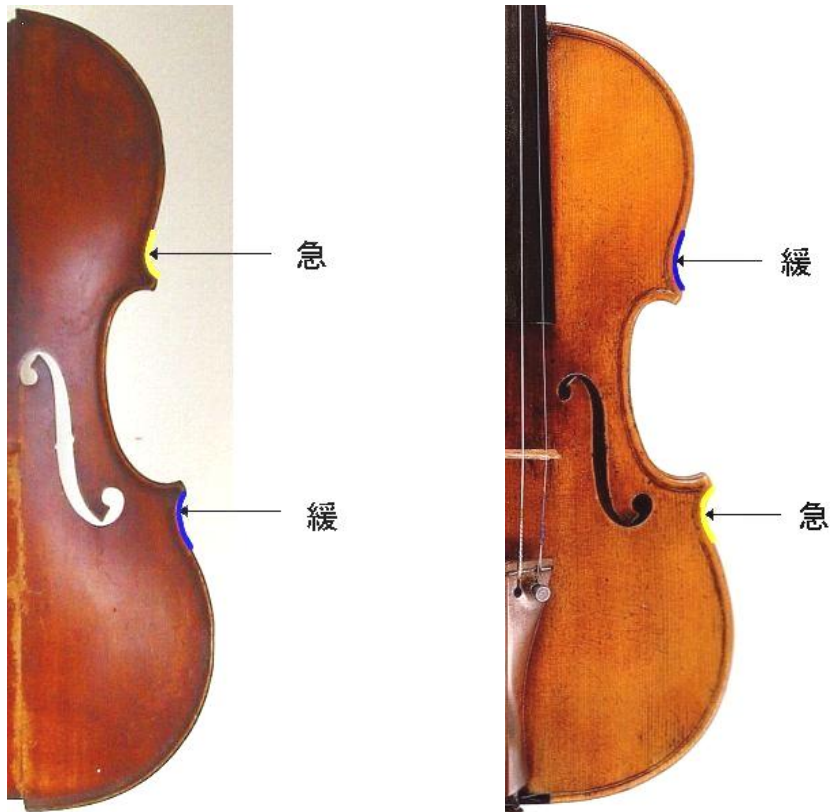


上部と下部のカーブの対応。
（上部が急で、下部が緩）

上部のカーブを下部のカーブより大局的に見て
急と捉える。

ストラディヴァリ
“Cremonese 1715”

次に、二つの楽器で接線の入れ替わり後の上部と下部のカーブを比較してみる。



左の写真 = ドイツ、フランス（黄金期のクレモナの名匠以外）の楽器における接線（中心）の入れ替わり後の上部と下部のカーブの対応。

（上部が急で、下部が緩）

“アントニオ・グァダニーニのラベルを持つガルネリのモデル”

右の写真 = ストラディヴァリにおける接線（中心）の入れ替わり後の上部と下部のカーブの対応。

（上部が緩で、下部が急）

“Cremonese 1715”

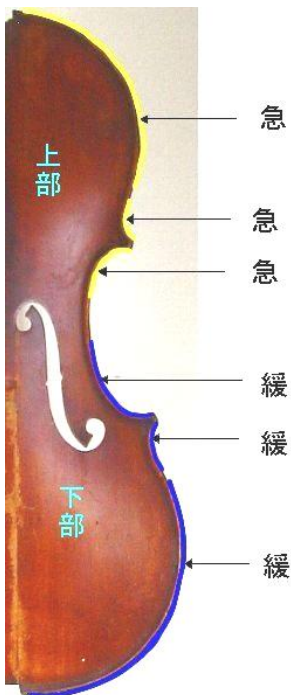


中央 C 部の上と下のカーブの対応。

これは、先の両者の楽器とも同じカーブの構成である。

(上部が急で、下部が緩)

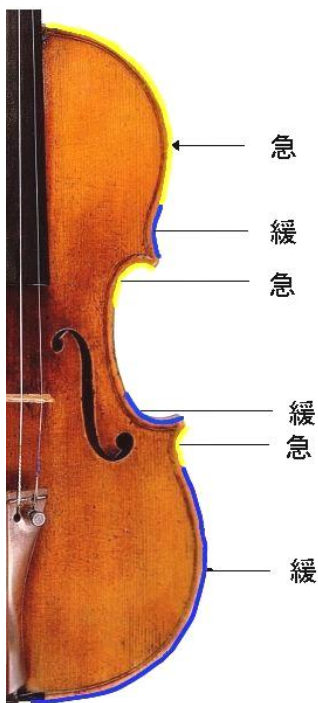
ここで両者の楽器で総てのカーブの構成を見てみよう。



フランスやドイツの楽器では、カーブの対比が上から急、急、急-緩、緩、緩となる。

小さい上部と大きい下部の面積に対応しているので、統一感はあるが、変化に乏しくなる。

急、急、急-緩、緩、緩のカーブ



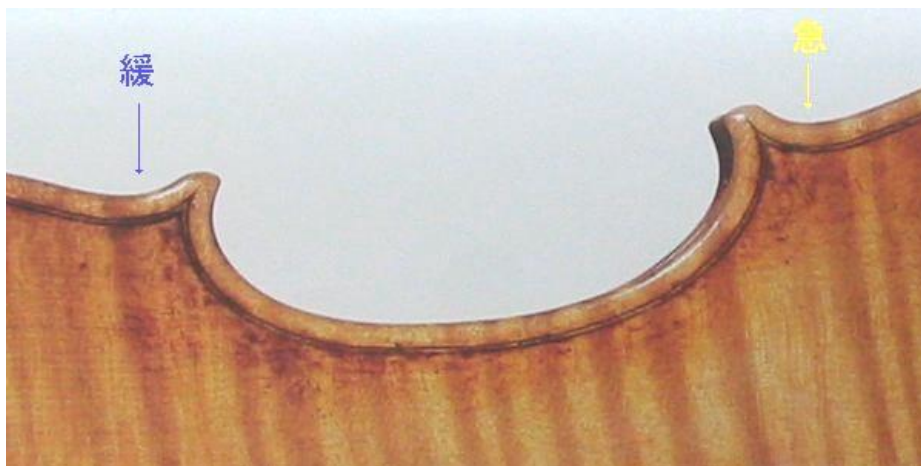
ストラディヴァリの楽器では、カーブの対比が上から急、緩、急-緩、急、緩となる。
素晴らしいリズムがカーブの中に生きている。

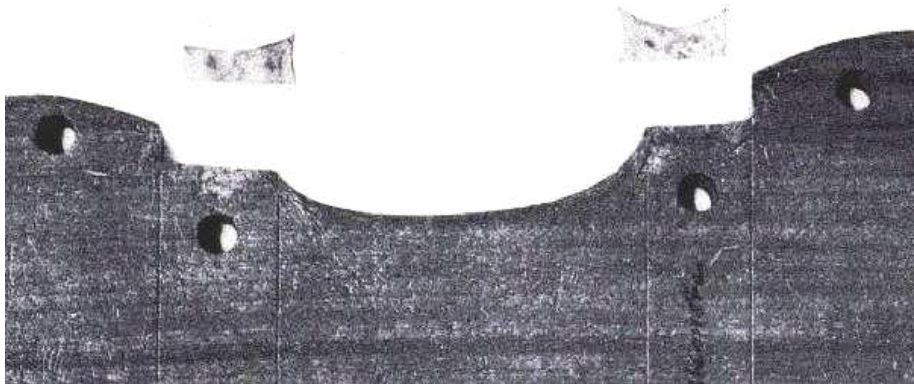
急、緩、急-緩、急、緩のカーブ

ジュゼッペ・グアルネリ・デル・ジェス（1698～1744）もこの考え方を継承している。

“Walter Stauffer 1734”。

横にして見ると比較しやすく、良く解かる、上（左）が緩で下（右）が急のカーブ。

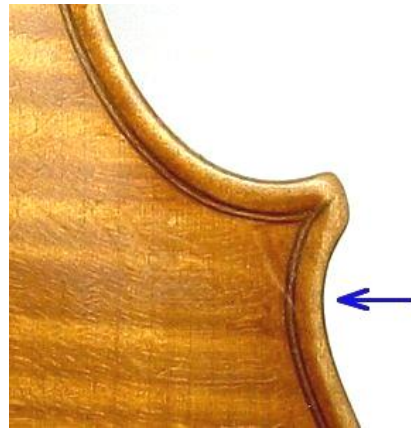




ストラディヴァリの 1703 年の内枠 S と、コーナー ブロック材を木取る為の型板。
内枠や型板からも、上（左）が長くて緩で、下（右）が短くて急のカーブである事が
良く解かる。

また、ストラディヴァリがカーブを急、緩、急-緩、急、緩にした理由は、リズム
だけでなく外形上の意味もある。即ち、上下の剣先のバランスである。

カーブの対比を急、急、急-緩、緩、緩とすると、パフリングが外形のラインから
中に約 4mm 入るので、上部の剣先が小さく、詰まった感じ、下部の剣先が大きく、
飛び出した感じになってしまうのである。

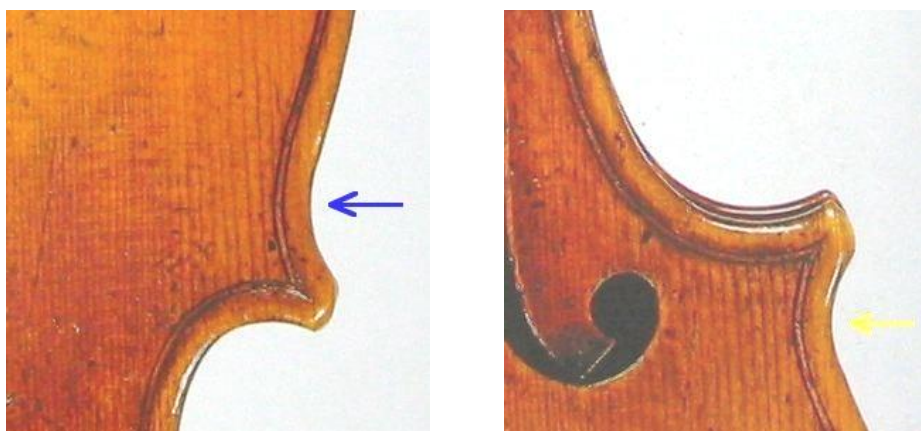


小さく、詰まった感じの上部の剣先

“20 世紀初頭のフランスの半手工品と思われるエンリコ・チェルーティの
ラベルを持つガルネリのモデル”

上部が急で、下部が緩のカーブ

カーブの対比を上から急、緩、急―緩、急、緩とすると、上部の剣先が伸び、下部の剣先が抑えられ、上下の剣先が非常に同等な流れとなる。小さな事であるが素晴らしい造形感覚が生きているのである。



流れ、面積、伸びがより同等化して、バランスが良くなった上下の剣先

“Cremonese 1715”

上部が緩で、下部が急のカーブ

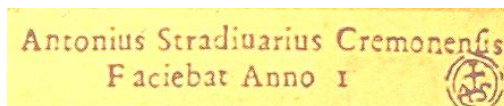
ストラディヴァリは、少しヘソ曲がり、皆と同じ事の嫌いな人間だったのかもしれない。

ストラディヴァリの秘密を解かずして、真価を知ることはできない。

過去の一部の優秀な鑑定家は、このような秘密に気がついていて皆に明かす事は出来ない、何故なら秘密を独占しているからこそ鑑定が出来るのであるから。

そこで、ストラディヴァリの評価を神秘的な表現に置き換える事によって賞賛して来たのではないだろうか。

そして、この秘密は現代の製作者たちが外形のコピーにとらわれて、最も見過ごしている事の一つである。



f 孔から覗くと見えるアントニオ・ストラディヴァリの楽器の中に貼られたラベル

UNITA' DI MISURA CREMONESI

(クレモナ人の度量衡の単位)

ERSRATTO DA "TAVOLA DI RAGGUAGLIO DEI PESI E DELLE MISURE
GIA' IN USO NELLE VARIE PROVINCE DEL REGNO COL SISTEMA
METORICO DECIMALE APPROVATO CON R.D.20 MAGGIO 1877 N.3836"

(”王国の各県において既に用いられている度量衡に対しての 1877 年 5 月 20 日、
第 3836 号の勅令により認可された十進法のメートル制による換算表” より抜粋)

MISURE DI LUNGHEZZA(長さの単位)

TRABUCCO CREMONESE O CAVEZZO	1						2. 90123m
BRACCIO DA FABBRICA O AGRIMENSORIO	6	1					0. 48354m
ONCIA	72	12	1				0. 04029m
PUNTO	864	144	12	1			0. 00336m
ATOMO	10, 368	1, 728	144	12	1		0. 00028m

MISURE DI SUPERFICIE(面積の単位)

PERTICA CREMONESE	1						808. 0469mq
TAVOLA	24	1					33. 6686mq
PIEDE	288	12	1				0. 8057mq
ONCIA	3, 456	144	12	1			0. 2338mq
PUNTO	41, 472	1728	144	12	1		0. 0194mq
ATOMO	497, 664	20, 736	1, 728	144	12	1	0. 0016mq

3 PERTICHE (PERTICA の複数) は、1 BIOLCHETTA また、4 PERTICHE は、1 BIOLCA となる。

MISURE DI VOLUME (体積の単位)

SONGA	1	6.105032mc
ONCIA	29 1	0.210518mc

SONGA は、TRABUCCO の縦×1/2 TRABUCCO の横×1/2 TRABUCCO の高さであり、54 の BRACCIO の立法でもある。

MISURE DI PESO (重量の単位)

LIBBRA CREMONA	1	309.489g
ONCIA	12 1	25.7907g
DENARO	288 24 1	1.07461g
GRANO	6,912 576 24 1	0.04477g

25 LIBBRE は、1 RUBBO または 1 PESO となる。 27 LIBBRE は、麻の 1 PESO となる。

薬品における 1 LIBBRA は 12 ONCIE に分けられ、1 ONCIA は 8 DRAMME であり、1 DRAMMA は 3 DENARI であり、そして 1 DENARO は 24 GRANI となる。また、ウィーン（オーストリア）の薬品の LIBBRA も使われており、1 LIBBRA は 420.003 g となる。

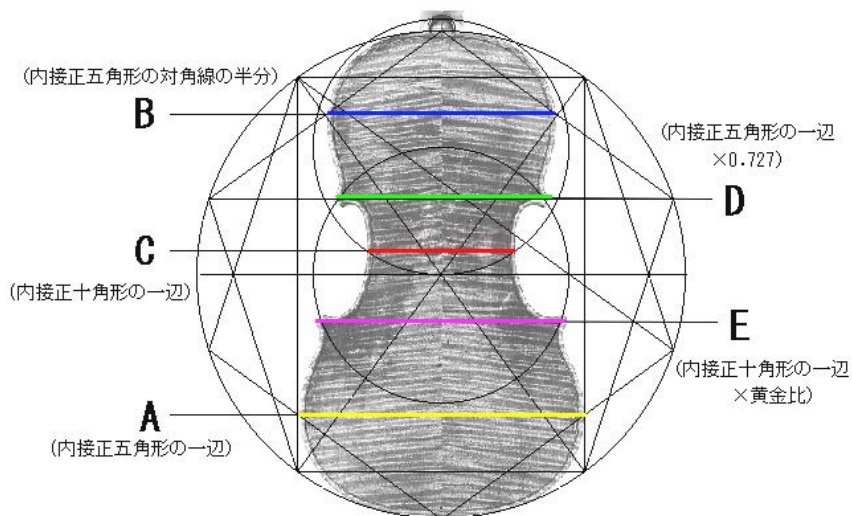
宝石商は、ミラノのマルコ金貨 234.997 g、またはオランダ カラット 0.20567 g、またはヴェニス カラット 0.20703 g を使用。

尚、クレモナのローマ公園にあるストラディヴァリの墓石のレプリカには 484mm の一腕尺の利用が見られる。



この墓石はストラディヴァリが生前に没落貴族の財産相続人から買い取って削りなおした物で、生年は縁にあった為に消す事無く売り主の年を残し、没年は購入年を刻ませた為に、8 年も少ない 1729 年となっている。

五分割による横幅の長さ



胴長を 1 とした時の係数

胴長が 355mm で

$$A = \frac{\sqrt{2^2 + (0.618 \times 2)^2}}{2^2} =$$

0.587

208.4mm

$$B = 0.587 \times 1.618 \div 2 =$$

(正五角形の対角線 ÷ 2)

0.475

168.6mm

$$C = 1/2 \div 1.618 =$$

(半径 ÷ 1.618)

0.309

109.7mm

$$D = \sqrt{(0.309 \div 0.587)^2 - (0.309)^2}$$

$$= \sqrt{(0.526)^2 - (0.309)^2} =$$

0.426

151.2mm

$$E = 1/2 \div 1.618 \times 1.618$$

$$= 0.309 \times 1.618 =$$

0.499 (0.5 で半径) 177.5mm

尚、Aの値 0.587 の幾何による求め方は、25 頁を参照。

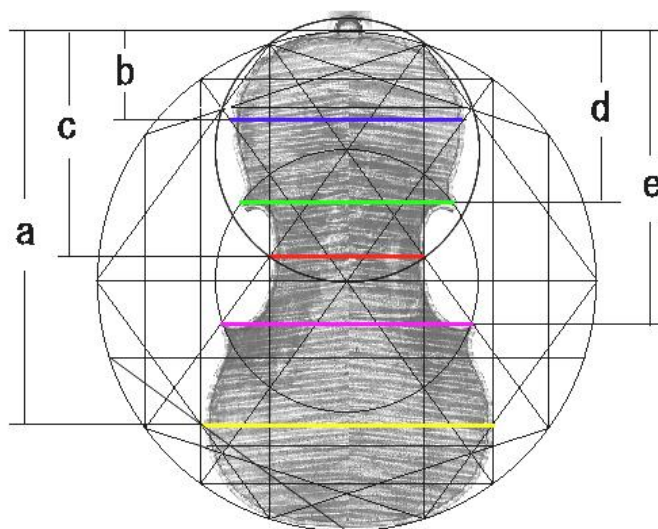
Dは中央C部側にある下の先端部の間隔であり、製作者により僅かに増加する。

上の先端までは0.448 で、中央C部の長さの2倍であり、4 頁、63 頁のmを参照。

0.526 は、内小円の直径であり、35 頁を参照。

Eは中央C部側にある上の先端部の間隔であり、横の先端まで0.526 である。

五分割による横幅の位置



	胴長を 1 とした時の係数	胴長が 355mm で
$a = 1 - [(1 - 1/2 \div 1.618) \div 2 \times 0.618]$ $= 1 - (1 - 0.309) \div 2 \times 0.618 =$	0.786	279.0mm
$b = (1 - 1/2 \div 1.618) \div 2 \div 2$ $= (1 - 0.309) \div 2 \div 2 =$	0.173	61.4mm
$c = \sqrt{(0.526 \div 2)^2 - (0.309 \div 2)^2} + 1/2 - (0.526 \div 2)$ $= 0.213 + 0.237 =$	0.450	159.8mm
$d = (1 - 1/2 \div 1.618) \div 2$ $= (1 - 0.309) \div 2 =$	0.345	122.5mm
$e = 1/2 + 0.309 \times 0.309 \div 0.587 \div 2 =$	0.581	206.3mm

c は内接正五角形の高さやバロック ヴァイオリンの弦長を示す係数 0.9 の半分。

d、e の位置は製作者で基準とするコーナーが異なり、63 頁を参照。

総ての横幅とその位置も、1.618 を基に整数 1 と 2 の加減乗除のみで求められる。

著者略歴

坂井 克則（さかい よしのり）

1951年、群馬県に生まれ、横浜市立大学卒業後、ヴァイオリン製作を3年間日本にて独学。

1982年に渡伊、同年ロンバルディア州立弦楽弓製作学校入学。

1984年、ロンバルディア州立弦楽弓製作学校卒業、同年クレモナヴァイオリン製作学校入学。

同校在学中、第1回 ソフィア（ブルガリア）国際弦楽器コンクールにて”最も美しいビオラ”という特別賞を受賞。第8回 アメリカ ヴァイオリン協会主催の国際ヴァイオリン製作コンクール ヴィオラ部門にて最優秀技能賞を受賞。

1988年、同校を卒業。

1989年、第2回 パペーノ（イタリア）弦楽器製作コンクールにて、ヴィオラ部門第1位。
同年、イタリアの労働許可取得、

1993年、第4回 同コンクールにて、セロ部門第2位及び音響の最優秀賞を受賞。

クレモナ在住

ヴァイオリンと黄金分割

2010年	月	日	印刷
2010年	月	日	初版発行

著 者 坂 井 克 則

発 行 者

発 行 所 デ カ ゴ ン

印 刷 所

製 本 所

Printed in Italy